

2-Лабораториялық жұмыс: Автотербелістер (Ван-дер-Поль генераторы)

Мақсаты:

Ван-дер-Поль генераторындағы автотербелістердің қасиеттерін зерттеу және Python көмегімен бұл тербелістерді модельдеу. Сигнал параметрлерін өзгерту арқылы әртүрлі графиктерді құрастыру.

Теориялық мәлімет:

Автотербелістер деп сыртқы күштің әсерінсіз, жүйенің ішкі сипаттамаларына байланысты туындайтын тұрақты тербелістерді айтамыз. Ван-дер-Поль теңдеуі бейсызықты автотербелістерді сипаттайды. Бұл теңдеу көптеген физикалық жүйелерде қолданылады, оның ішінде радиоэлектрондық осцилляторлар, маятниктер, биологиялық жүйелер және электр тізбектері бар.

Ван-дер-Поль теңдеуі:

Ван-дер-Поль теңдеуі екінші ретті бейсызықты дифференциалдық теңдеу болып табылады:

$$\frac{d^2x}{dt^2} - \mu(1 - x^2)\frac{dx}{dt} + \omega^2x = 0,$$

мұндағы:

- μ — бейсызықтық параметрі, бұл параметрдің мәні автотербеліс амплитудасына әсер етеді;
- ω — жүйенің табиғи жиілігі;
- $x(t)$ — уақытқа тәуелді ауытқу.

Ван-дер-Поль осцилляторының ерекшелігі:

- Төменгі мәнде (x^2 кішкене кезде), жүйе демпфирленген гармониялық тербелістерге ұқсайды.
- Үлкен мәнде (x^2 үлкен кезде), жүйе энергияны өз бетімен өндіретін автотербелістерге ауысады.

Параметрлер кестесі:

№	Параметрлер	Бейсызықтық параметрі μ	Жиілік ω (Гц)
1	Ван-дер-Поль тербелісі	0.5	1
2	Ван-дер-Поль тербелісі	1.0	1.5
3	Ван-дер-Поль тербелісі	2.0	2
4	Ван-дер-Поль тербелісі	5.0	3

Бұл параметрлерді өзгерту арқылы әртүрлі тербелістерді көре аласыз.

Есептеу:

Ван-дер-Поль теңдеуін Python ортасында сандық әдістермен шешу үшін Одеинт (odeint) функциясын қолданамыз.

Python коды:

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.integrate import odeint

# Ван-дер-Поль теңдеуінің оң жағын анықтау
def van_der_pol(x, t, mu, omega):
    return [x[1], mu * (1 - x[0]**2) * x[1] - omega**2 * x[0]]

# Параметрлер (кестеден алынған)
mu_values = [0.5, 1.0, 2.0, 5.0] # Бейсызықтық параметрлері
omega_values = [1, 1.5, 2, 3] # Жиілік мәндері
t = np.linspace(0, 50, 1000) # Уақыт осі

# Бастапқы шарттар
x0 = [1, 0] #  $x(0) = 1$  және  $dx/dt(0) = 0$ 

# Графиктерді салу
plt.figure(figsize=(12, 8))

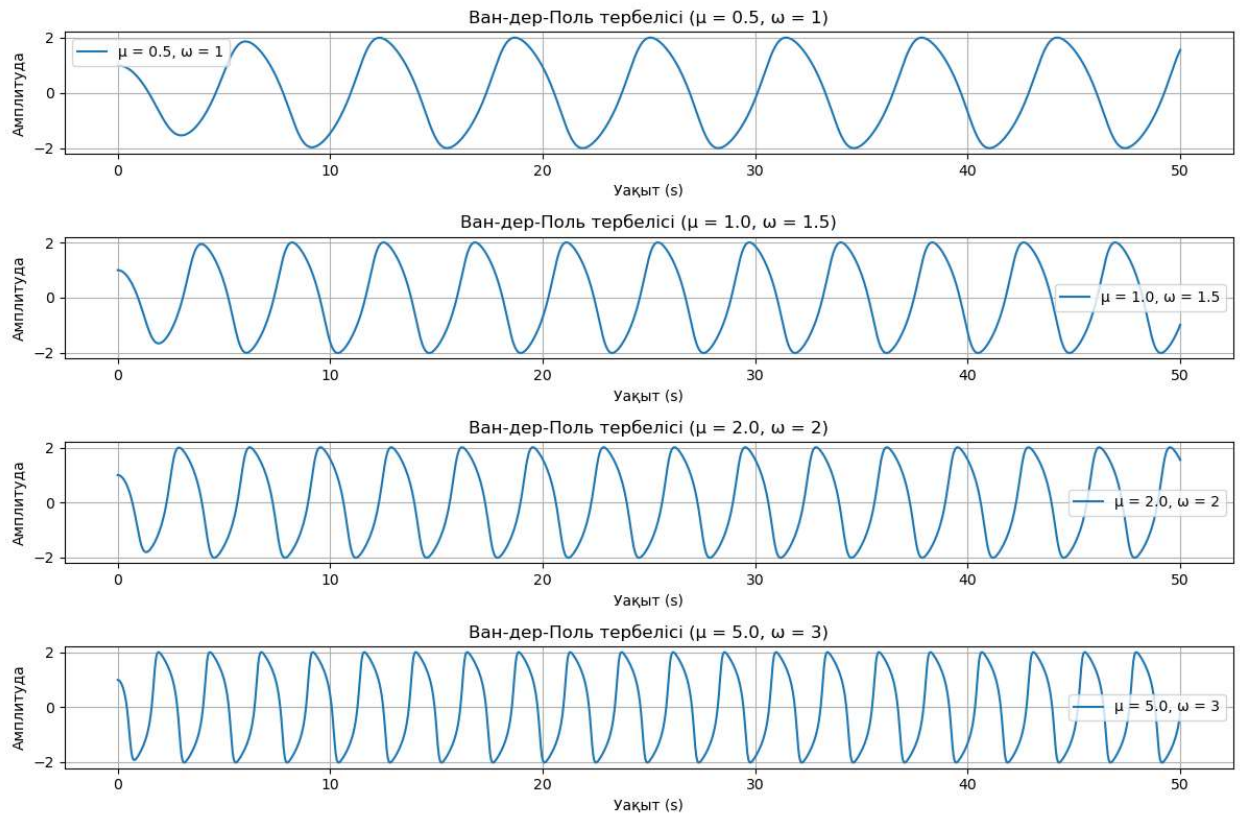
for i in range(4):
    # Ван-дер-Поль теңдеуін шешу
    sol = odeint(van_der_pol, x0, t, args=(mu_values[i], omega_values[i]))

    # Графикті шығару
    plt.subplot(4, 1, i+1)
    plt.plot(t, sol[:, 0], label=f' $\mu = \{mu\_values[i]\}, \omega = \{omega\_values[i]\}$ ')
    plt.title(f'Ван-дер-Поль тербелісі ( $\mu = \{mu\_values[i]\}, \omega = \{omega\_values[i]\}$ )')
    plt.xlabel('Уақыт (s)')
    plt.ylabel('Амплитуда')
    plt.grid(True)
    plt.legend()

plt.tight_layout()
plt.show()
```

Нәтижелер:

1. **Төменгі бейсызықтық параметрлері ($\mu=0.5$):** Тербелістер шамалы демпфирленген және гармониялық тербелістерге ұқсас.
2. **Орташа бейсызықтық параметрлері ($\mu=1.0$):** Автотербелістер тұрақтанады, бірақ жүйеде енді белгілі бір кезеңмен қайталанып тұратын тербеліс көрінеді.
3. **Үлкен бейсызықтық параметрлері ($\mu=2.0$):** Амплитуданың тұрақтануы байқалады, бірақ бейсызықтық әсері күшейеді.
4. **Жоғары бейсызықтық параметрлері ($\mu=5.0$):** Жүйе хаосты тербелістерге ауысады, және жүйе күшейткіш болып қызмет етеді.



Студенттерге арналған сұрақтар:

1. Ван-дер-Поль теңдеуі қандай физикалық жүйелерде кездеседі?
2. Бейсызықтық параметрі μ -дің мәні тербелістердің сипатына қалай әсер етеді?
3. Автотербелістер мен сыртқы күш әсер ететін тербелістердің арасындағы негізгі айырмашылықтарды түсіндіріңіз.
4. Егер μ -дің мәні өте үлкен болса, қандай физикалық құбылыс орын алады?

Қорытынды:

Бұл лабораториялық жұмыста Ван-дер-Поль теңдеуіндегі автотербелістердің сипаты зерттелді. Автотербелістердің физикалық жүйелердегі маңызы мен параметрлердің тербеліс амплитудасына және жиілігіне қалай әсер ететінін көрдік. Python көмегімен бейсызықтық параметрлерін өзгерту арқылы әртүрлі тербелістерді модельдеу және бақылау мүмкіндігіне ие болдық.